Prof. Dr. Alfred Toth

Heteromorphie in Diamonds und bei trajektischen Abbildungen

1. In Toth (2025a) hatten wir das vollständige System der $3^3 = 27$ ternären (triadisch-trichotomischen) semiotischen Relationen in Form von trajektischen Abbildungen der Form

$$T = (1, 2, 3) \mid (1, 2, 3) \text{ mit } \mid = R((1, 2, 3), (1, 2, 3))$$

dargestellt und und die semiotischen Relationen nach dem Vorschlag Walthers für Zeichenklassen (vgl. Walther 1979, S. 79) in Kompositionen dyadischer Teilrelationen zerlegt

$$(3.x, 2.y, 1.z) = (3.x \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 1.z)$$

$$(z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3).$$

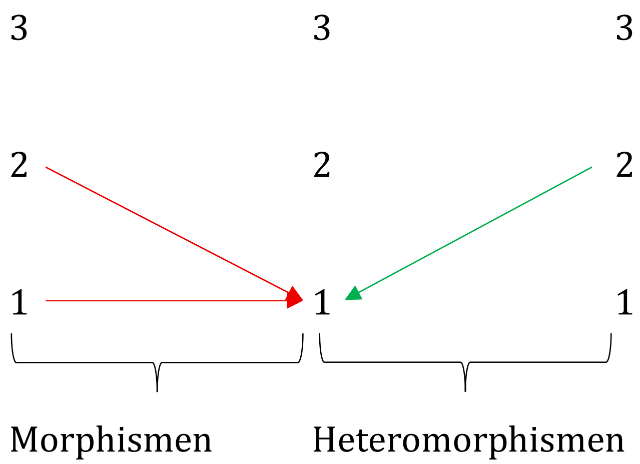
2. Da trajektische Relationen einen zentralen Rand besitzen, haben sie die Möglichkeit, neben Abbildungen der Formen $(x \rightarrow y)$ und $(y \rightarrow x)$ auch solche der Formen $(x \leftarrow y)$ und $(y \leftarrow x)$, d.h. heteromorphe Abbildungen, zu repräsentieren, wodurch sich eine intrinsische Beziehung zu algebraischen Diamonds ergibt (vgl. Kaehr 2007).

Im folgenden nehmen wir als Beispiel für eine binäre semiotische Relation eine Abbildung aus Benses „Zeichenkreis“ (Bense 1975, S. 112 f.).

$$ZR^{(2,2)} = (1.1, 2.1)$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & \leftarrow & 2 & & \\ & & | & & | & & \\ 1 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 \end{array}$$

$\mathfrak{D}^{(2,2)} =$



Bei binären Relationen, d.h. solchen, bei denen keine zentrale trajektische Reflexion möglich ist, müssen Heteromorphismen also von den Diamonds in die trajektischen Abbildungsschemas übertragen werden.

Nehmen wir nun ein Beispiel einer ternären semiotischen Relation.

$ZR^{(3,2)} = (1.1, 2.1, 3.1)$

$\mathfrak{D}^{(3,2)} =$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & 1 & & & \leftarrow & & & 3 & & \\
 & & | & & & & & & | & & \\
 & & 1 & \leftarrow & 2 & & 1 & \leftarrow & 3 & & \\
 & & | & & | & & | & & | & & \\
1 & \rightarrow & 1 & \circ & 2 & \rightarrow & 1 & \circ & 3 & \rightarrow & 1
\end{array}$$

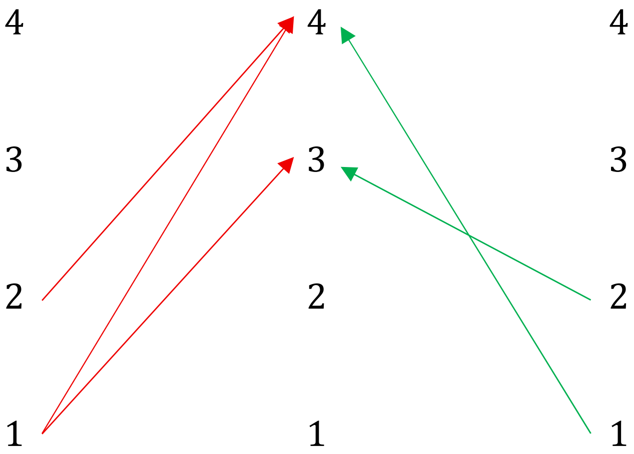
$$\begin{array}{ccc}
3 & 3 & 3 \\
2 & 2 & 2 \\
1 & 1 & 1
\end{array}$$

Sobald also eine binäre Relation zu einer ternären erweitert und auf ein trajektisches Abbildungsschema abgebildet wird, sind die Heteromorphismen der zugrunde liegenden Diamondabbildung wegen der zentralen Reflexion mit dabei.

In Toth (2025b) hatten wir gezeigt, daß dasselbe für ternäre Relationen gilt. Um das in diesem Zusammenhang nochmals zu zeigen, gehen wir wiederum von der „kanonischen" Darstellung eines (4, 2)-Diamonds aus.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & 3 & & & \leftarrow & & & 1 & & \\
 & & | & & & & & & | & & \\
 & & 3 & \leftarrow & 2 & & 4 & \leftarrow & 1 & & \\
 & & | & & | & & | & & & & \\
1 & \rightarrow & 3 & \circ & 2 & \rightarrow & 4 & \circ & 1 & \rightarrow & 4
\end{array}$$

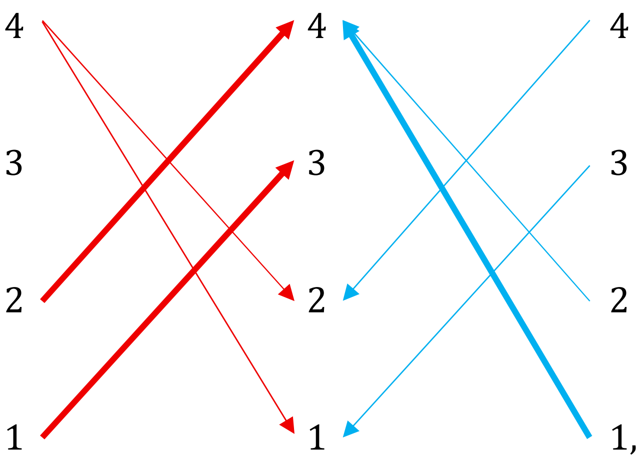
Das zugehörige trajektische Abbildungsschema (ohne die Risky Bridge) ist



Wenn wir die Matrixdekomposition als semiotisches Dualsystem notieren, bekommen wir

DS = [(1.3, 2.4, 1.4) × (4.1, 4.2, 3.1)]

mit dem folgenden trajektischen Abbildungsschema, darin wir den Teilgraphen des obigen, ersten Abbildungsschemas durch Fettdruck der Pfeile hervorgehoben haben.



Wie man sieht, ist also das trajektische Abbildungsschema des (4, 2)-Diamonds zwar ein Teilgraph des Abbildungsschema des entsprechenden semiotischen Dualsystems, aber trotz der Möglichkeit trajektischer Heteromorphie keine „echte Teilmenge".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Toth, Alfred, Vollständiges trajektisches System triadisch-trichotomischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Matrixdekomposition und Zeichenstruktur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

22.8.2025